1 - Revisão de matrizes

Laura Goulart

UESB

16 de Agosto de 2018

1.1 - Adição de matrizes

Dados $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$, definimos $A + B = (a_{ij} + b_{ij})$.

Propriedades:

1.1 - Adição de matrizes

Dados $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$, definimos $A + B = (a_{ij} + b_{ij})$.

Propriedades:

A1) Comutativa: $A + B = B + A$

1.1 - Adição de matrizes

Dados $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$, definimos $A + B = (a_{ij} + b_{ij})$.
Propriedades:

A1) Comutativa: $A + B = B + A$

A2) Associativa: $A + (B + C) = (A + B) + C$

Dados $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \in M_{n \times m}(\mathbb{R})$, definimos $A + B = (a_{ij} + b_{ij})$.

Propriedades:

A1) Comutativa: $A + B = B + A$

A2) Associativa: $A + (B + C) = (A + B) + C$

A3) Existência do elemento neutro: O elemento neutro da adição de matrizes é a matriz nula.

Dados $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$, definimos $A + B = (a_{ij} + b_{ij})$.

Propriedades:

A1) Comutativa: $A + B = B + A$

A2) Associativa: $A + (B + C) = (A + B) + C$

A3) Existência do elemento neutro: O elemento neutro da adição de matrizes é a matriz nula.

A4) Existência da matriz oposta: $\forall A = (a_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R}), \exists!(-A) = (-a_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ tal que $A + (-A) = 0$.

1.2 - Multiplicação por escalar

Dados $\alpha \in \mathbb{R}$ e $A = (a_{ij)} \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ podemos definir $\alpha \cdot A = (\alpha \cdot a_{ij})$.

Propriedades

Dados $\alpha \in \mathbb{R}$ e $A = (a_{ij)} \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ podemos definir $\alpha \cdot A = (\alpha \cdot a_{ij})$.
Propriedades

ME1) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$

1.2 - Multiplicação por escalar

Dados $\alpha \in \mathbb{R}$ e $A = (a_{ij)} \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ podemos definir $\alpha \cdot A = (\alpha \cdot a_{ij})$.

Propriedades

ME1) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$

ME2) $1 \cdot A = A$

1.2 - Multiplicação por escalar

Dados $\alpha \in \mathbb{R}$ e $A = (a_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ podemos definir $\alpha \cdot A = (\alpha \cdot a_{ij})$.

Propriedades

ME1) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$

ME2) $1 \cdot A = A$

ME3) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$

1.2 - Multiplicação por escalar

Dados $\alpha \in \mathbb{R}$ e $A = (a_{ij)} \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ podemos definir $\alpha \cdot A = (\alpha \cdot a_{ij})$.

Propriedades

ME1) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$

ME2) $1 \cdot A = A$

ME3) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$

ME4) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$

Dados $A \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ e $B \in M_{m\times p}$, definimos $AB = C$ tal que

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot b_{jk}$$

1.3 - Multiplicação de matrizes

Dados $A \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ e $B \in M_{m\times p}$, definimos $AB = C$ tal que

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot b_{jk}$$

OBS 1.1) Número de colunas de A = número de linhas de B.

Dados $A \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ e $B \in M_{m\times p}$, definimos $AB = C$ tal que

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot b_{jk}$$

OBS 1.1) Número de colunas de A = número de linhas de B.

Propriedades

1.3 - Multiplicação de matrizes

Dados $A \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ e $B \in M_{m\times p}$, definimos $AB = C$ tal que
$c_{ik} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot b_{jk}$
OBS 1.1) Número de colunas de A = número de linhas de B.
Propriedades

M1) Em geral, $AB \neq BA$

Dados $A \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ e $B \in M_{m\times p}$, definimos $AB = C$ tal que

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot b_{jk}$$

OBS 1.1) Número de colunas de A = número de linhas de B.

Propriedades

M1) Em geral, $AB \neq BA$

OBS 1.2) Fixada uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$, pode existir matrizes $B \in M_n(\mathbb{R})$ tal que $AB = BA$.

Dados $A \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ e $B \in M_{m\times p}$, definimos $AB = C$ tal que

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot b_{jk}$$

OBS 1.1) Número de colunas de A = número de linhas de B.

Propriedades

M1) Em geral, $AB \neq BA$

OBS 1.2) Fixada uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$, pode existir matrizes $B \in M_n(\mathbb{R})$ tal que $AB = BA$.

M2) Associativa: $A(BC) = (AB)C$

Dados $A \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$ e $B \in M_{m\times p}$, definimos $AB = C$ tal que

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot b_{jk}$$

OBS 1.1) Número de colunas de A = número de linhas de B.

Propriedades

M1) Em geral, $AB \neq BA$

OBS 1.2) Fixada uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$, pode existir matrizes $B \in M_n(\mathbb{R})$ tal que $AB = BA$.

M2) Associativa: $A(BC) = (AB)C$

M3) Existência do elemento neutro: O elemento neutro para a multiplicação de matrizes quadradas é a matriz identidade.

M4)Propriedade distributiva

M4)Propriedade distributiva

- $(A + B)C = AC + BC$

M4)Propriedade distributiva

- $(A+B)C = AC + BC$
- $A(B+C) = AB + AC$

1.4 - Matriz inversa

Uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é dita inversível se existe uma matriz denotada por A^{-1} (chamada de matriz inversa) tal que $AA^{-1} = I_n = A^{-1}A$.

1.4 - Matriz inversa

Uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é dita inversível se existe uma matriz denotada por A^{-1} (chamada de matriz inversa) tal que $AA^{-1} = I_n = A^{-1}A$.
OBS 1.3) A é singular sse A não é inversível.

1.4 - Matriz inversa

Uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é dita inversível se existe uma matriz denotada por A^{-1} (chamada de matriz inversa) tal que $AA^{-1} = I_n = A^{-1}A$.
OBS 1.3) A é singular sse A não é inversível.

I1) A matriz inversa, quando existe, é única.

Uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é dita inversível se existe uma matriz denotada por A^{-1} (chamada de matriz inversa) tal que $AA^{-1} = I_n = A^{-1}A$.
OBS 1.3) A é singular sse A não é inversível.

I1) A matriz inversa, quando existe, é única.

I2) $(A^{-1})^{-1} = A$

1.4 - Matriz inversa

Uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é dita inversível se existe uma matriz denotada por A^{-1} (chamada de matriz inversa) tal que $AA^{-1} = I_n = A^{-1}A$.
OBS 1.3) A é singular sse A não é inversível.

I1) A matriz inversa, quando existe, é única.

I2) $(A^{-1})^{-1} = A$

I3) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

1.4 - Matriz inversa

Uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é dita inversível se existe uma matriz denotada por A^{-1} (chamada de matriz inversa) tal que $AA^{-1} = I_n = A^{-1}A$.
OBS 1.3) A é singular sse A não é inversível.

I1) A matriz inversa, quando existe, é única.

I2) $(A^{-1})^{-1} = A$

I3) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

OBS 1.4) Nem toda matriz tem inversa.

1.5 - Transposta de uma matriz

Dada a matriz $A = (a_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$, existe a matriz chamada transposta de A em $M_{m\times n}(\mathbb{R})$, e denotada por A^t, no qual troca-se linhas por colunas. Ou seja, $A^t = (a_{ji})$.

Propriedades:

Dada a matriz $A = (a_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$, existe a matriz chamada transposta de A em $M_{m\times n}(\mathbb{R})$, e denotada por A^t, no qual troca-se linhas por colunas. Ou seja, $A^t = (a_{ji})$.

Propriedades:

T1) $(A^t)^t = A$

Dada a matriz $A = (a_{ij}) \in M_{n \times m}(\mathbb{R})$, existe a matriz chamada transposta de A em $M_{m \times n}(\mathbb{R})$, e denotada por A^t, no qual troca-se linhas por colunas. Ou seja, $A^t = (a_{ji})$.

Propriedades:

T1) $(A^t)^t = A$

T2) $(A + B)^t = A^t + B^t$

1.5 - Transposta de uma matriz

Dada a matriz $A = (a_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$, existe a matriz chamada transposta de A em $M_{m\times n}(\mathbb{R})$, e denotada por A^t, no qual troca-se linhas por colunas. Ou seja, $A^t = (a_{ji})$.

Propriedades:

T1) $(A^t)^t = A$

T2) $(A+B)^t = A^t + B^t$

T3) $(\alpha A)^t = \alpha \cdot A^t$.

1.5 - Transposta de uma matriz

Dada a matriz $A = (a_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$, existe a matriz chamada transposta de A em $M_{m\times n}(\mathbb{R})$, e denotada por A^t, no qual troca-se linhas por colunas. Ou seja, $A^t = (a_{ji})$.

Propriedades:

T1) $(A^t)^t = A$

T2) $(A + B)^t = A^t + B^t$

T3) $(\alpha A)^t = \alpha \cdot A^t$.

T4) $(AB)^t = B^t \cdot A^t$.

Dada a matriz $A = (a_{ij}) \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$, existe a matriz chamada transposta de A em $M_{m\times n}(\mathbb{R})$, e denotada por A^t, no qual troca-se linhas por colunas. Ou seja, $A^t = (a_{ji})$.

Propriedades:

T1) $(A^t)^t = A$

T2) $(A+B)^t = A^t + B^t$

T3) $(\alpha A)^t = \alpha \cdot A^t$.

T4) $(AB)^t = B^t \cdot A^t$.

T5) $(A^{-1})^t = (A^t)^{-1}$

Diremos que uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é simétrica quando $A^t = A$. Se $A^t = -A$ diremos que A é anti-simétrica.

Matrizes simétricas e matrizes anti-simétricas

Diremos que uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é simétrica quando $A^t = A$. Se $A^t = -A$ diremos que A é anti-simétrica.

Propriedade: A soma de matrizes simétricas(ou anti-simétricas) é simétrica(anti-simétrica).

Matrizes simétricas e matrizes anti-simétricas

Diremos que uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é simétrica quando $A^t = A$. Se $A^t = -A$ diremos que A é anti-simétrica.

Propriedade: A soma de matrizes simétricas(ou anti-simétricas) é simétrica(anti-simétrica).

OBS 1.5) O produto de matrizes simétricas(ou anti-simétricas) é siméstrica(ou anti-simétrica)?

1.6 - Traço de uma matriz

O traço de uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é a soma da diagonal principal e denotado por $tr(A)$.
Ou seja,

1.6 - Traço de uma matriz

O traço de uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é a soma da diagonal principal e denotado por $tr(A)$.
Ou seja,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

1.6 - Traço de uma matriz

O traço de uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é a soma da diagonal principal e denotado por $tr(A)$.
Ou seja,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Propriedades:

O traço de uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é a soma da diagonal principal e denotado por $tr(A)$.
Ou seja,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Propriedades:

TR1) $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$

O traço de uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é a soma da diagonal principal e denotado por $tr(A)$.
Ou seja,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Propriedades:

TR1) $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$

TR2) $tr(\alpha A) = \alpha \cdot tr(A)$

1.6 - Traço de uma matriz

O traço de uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é a soma da diagonal principal e denotado por $tr(A)$.
Ou seja,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Propriedades:

TR1) $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$

TR2) $tr(\alpha A) = \alpha \cdot tr(A)$

TR3) $tr(A^t) = tr(A)$

1.6 - Traço de uma matriz

O traço de uma matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ é a soma da diagonal principal e denotado por $tr(A)$.
Ou seja,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Propriedades:

TR1) $tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$

TR2) $tr(\alpha A) = \alpha \cdot tr(A)$

TR3) $tr(A^t) = tr(A)$

TR4) $tr(AB) = tr(BA)$